

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $40 - 20 : 5$ este egal cu
- 5p 2. Dacă $\frac{x}{4} = 3$, atunci numărul x este egal cu
- 5p 3. Cel mai mare număr par din mulțimea $M = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ este
- 5p 4. Dreptunghiul $ABCD$ are $AB = 8\text{ cm}$ și $BC = 6\text{ cm}$. Lungimea diagonalei AC este egală cu ... cm .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul determinat de dreptele AC și $D'C$ are măsura de ...° .

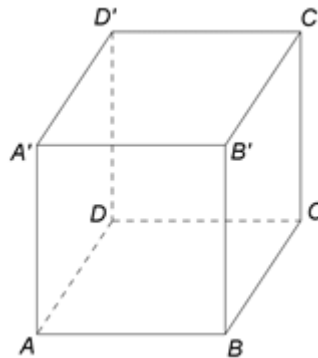
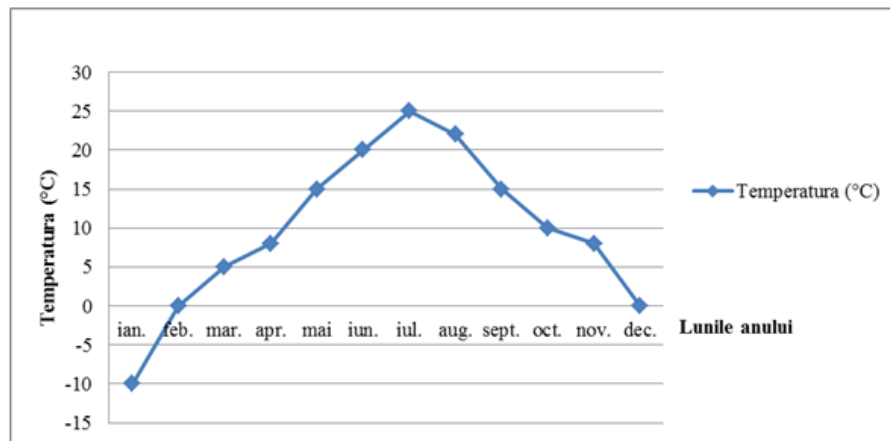


Figura 1

- 5p 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate temperaturile medii înregistrate la o stație meteo, pentru fiecare dintre lunile unui an.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre cea mai mare temperatură și cea mai mică temperatură înregistrate în lunile din acel an este egală cu ...°C .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată, cu vârful V și baza triunghiul ABC .
- 5p 2. Arătați că media aritmetică a numerelor $x = \frac{\sqrt{2}}{5} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{3\sqrt{2}} \right)$ și $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{3\sqrt{2}} \right) : \frac{1}{5\sqrt{2}}$ este egală cu 1.
- 5p 3. Irina cheltuiește o sumă de bani în două zile. În prima zi cheltuiește $\frac{3}{7}$ din sumă, iar în a doua zi restul de 36 de lei. Determinați suma totală cheltuită de Irina în cele două zile.

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$.

5p a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .

5p b) În sistemul de coordonate xOy , determinați coordonatele punctului care aparține graficului funcției f , știind că punctul are abscisa de două ori mai mare decât ordonata.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{(x-2)(x+2)} \right) : \left(\frac{x^2-1}{x^2-4} - 1 \right)$, unde x este număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$. Arătați că $E(x) = 1$, pentru orice x număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Figura 2 este schița unui teren agricol în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 600\text{m}$ și $AD = 400\text{m}$. Punctul E este mijlocul laturii AB , punctul F este mijlocul laturii CD și punctul M este mijlocul segmentului CE .

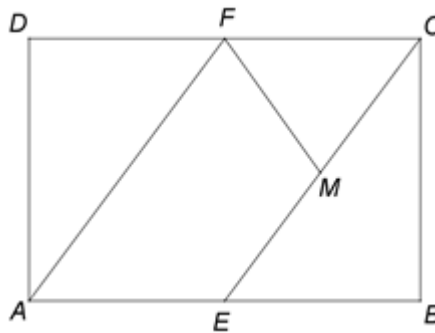


Figura 2

5p a) Arătați că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu 2000m .

5p b) Demonstrați că punctele B , M și F sunt coliniare.

5p c) Arătați că aria patrulaterului $AEMF$ este de trei ori mai mare decât aria triunghiului CFM .

2. În Figura 3 este reprezentată o prismă dreaptă $ABCD A'B'C'D'$ cu baza pătratul $ABCD$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD , $AB = 8\text{cm}$ și $AA' = 8\sqrt{2}\text{cm}$.

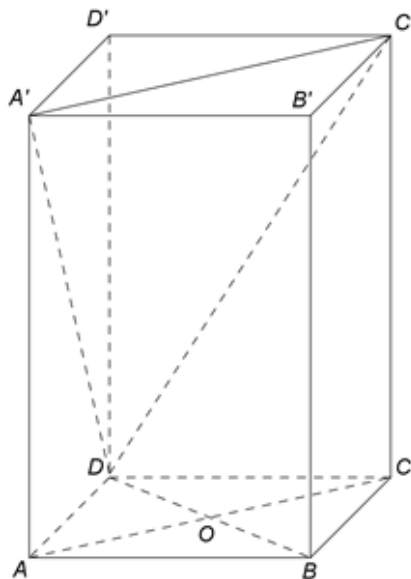


Figura 3

5p a) Arătați că aria bazei $ABCD$ este egală cu 64cm^2 .

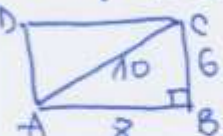
5p b) Demonstrați că dreptele $A'C$ și AC' sunt perpendiculare.

5p c) Demonstrați că dreapta OB' este paralelă cu planul $(A'C'D)$.

T2 - 2020 - REZOLVARE:

SUBIECTUL I: 1) $40 - 20 : 5 = 40 - 4 = 36$; 2) $\frac{x}{4} = 3 \Leftrightarrow x = 4 \cdot 3 = 12$;

3) $M = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ Cel mai mare nr. par din M este 8.

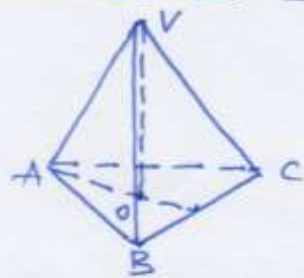
4)  T.P. în ΔABC cu $\hat{B} = 90^\circ$
 $AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
 $AC = \sqrt{100} = 10$ (6; 8; 10) $\in$ pitag.

6) -10°C e cea mai mică temperatură
 25°C e cea mai mare temperatură $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ diferența este $25 - (-10) = 25 + 10 = 35 (^\circ\text{C})$

Pr:	1	2	3	4	5	6
R:	36	12	8	10	60°	35°C

SUBIECTUL al II-lea:

1)



$$2) x = \frac{\sqrt{2}}{5} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{3\sqrt{2}} \right) = \frac{\sqrt{2}}{5} \cdot \frac{3+2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{5} \cdot \frac{5}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

$$y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{3\sqrt{2}} \right) : \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{3-2}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{1} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{1} = \frac{5}{3}$$

$$m_a = \frac{x+y}{2} = \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{3} \right) : 2 = \frac{6}{3} : 2 = 2 : 2 = 1 \text{ g.e.d.}$$

3) Ce fracție din numără rămâne pentru a doua zi?

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{7-3}{7} = \frac{4}{7}$$

Notăm cu x numărul totală ni avem

$$\frac{4}{7} \cdot x = 36 \Leftrightarrow x = 36 : \frac{4}{7} = 36 \cdot \frac{7}{4} = 63 \text{ (lei). R: } 63 \text{ lei.}$$

4) a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$

$$\underline{G_f \cap O_x}: f(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = -3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}, \text{ deci}$$

$$A\left(-\frac{3}{2}; 0\right) \in G_f$$

$$\underline{G_f \cap O_y}: f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3,$$

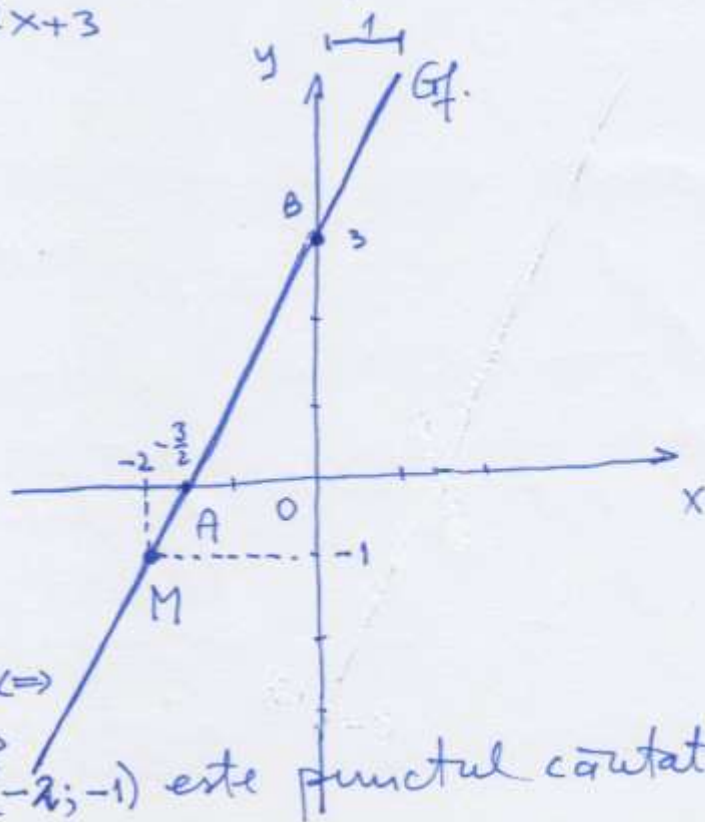
$$\text{deci } B(0; 3) \in G_f$$

x	0	$-\frac{3}{2}$
$f(x)$	3	0

b) $M(2a; a) \in G_f \Leftrightarrow f(2a) = 0 \Leftrightarrow$

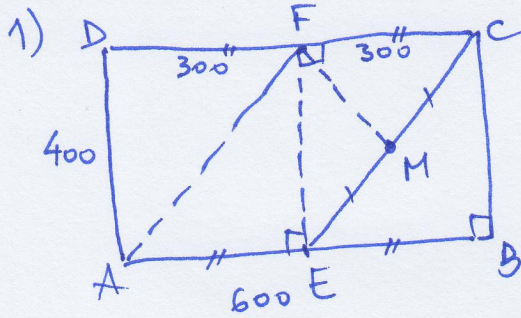
$$\Leftrightarrow 2 \cdot 2a + 3 = a \Leftrightarrow 4a + 3 = a \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3a = -3 \Leftrightarrow a = -1 \text{ și } M(-2; -1) \text{ este punctul căutat.}$$



$$\begin{aligned}
 5) E(x) &= \left(\frac{x^2-1}{x-2} - \frac{x^2-1}{x+2} - \frac{1}{(x-2)(x+2)} \right) : \left(\frac{x^2-1}{x^2-4} - 1 \right) = \\
 &= \frac{x+2 - (x-2) - 1}{(x-2)(x+2)} : \frac{x^2-1 - (x^2-4)}{x^2-4} = \\
 &= \frac{x+2 - x + 2 - 1}{(x-2)(x+2)} : \frac{x^2-1 - x^2+4}{(x-2)(x+2)} = \\
 &= \frac{3}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{3} = 1. \text{ Deci } E(x) = 1 \\
 &\quad \text{pt. orice } x \in \mathbb{R} - \{-2; 2\}.
 \end{aligned}$$

SUBIECTUL al III-lea:



$$\begin{aligned}
 a) P_{ABCD} &= 2(L+l) = 2(AB+AD) = \\
 &= 2(600+400) = 2 \cdot 1000 = 2000 \text{ (m)}.
 \end{aligned}$$

$$b) E: \text{ mijlocul lui } [AB] \Rightarrow AE = EB = 300 \text{ m}$$

$$F: \text{ mijlocul lui } [DC] \Rightarrow DF = FC = 300 \text{ m}.$$

$$EB = FC = 300 \text{ m}$$

$$EB \parallel FC$$

$$m(\angle B) = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} EB = FC = 300 \text{ m} \\ EB \parallel FC \\ m(\angle B) = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow BCFE: \text{ dreptunghi } (1)$$

M: mijlocul diagonalei [EC] a dreptunghiului $\Rightarrow$ M este și mijlocul diagonalei [BF] a dreptunghiului (diagonalele se înjumătățesc), deci B, M, F: coliniare.

$$\begin{aligned}
 c) \Delta AEF &\equiv \Delta EFC \text{ (C.C.)} \Rightarrow A_{\Delta AEF} = A_{\Delta EFC}. \\
 &\left\{ \begin{array}{l} \text{dreptunghiice} \\ AE = FC = 300 \text{ m} \\ [EF]: \text{ comună} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

$$A_{\Delta EMF} = \frac{1}{2} A_{\Delta EFC} \text{ (pentru că } [FM]: \text{ mediană.)}$$

$$= A_{\Delta CFM}, \text{ deci } A_{\Delta EFC} = 2 \cdot A_{\Delta CFM}.$$

$$A_{AEMF} = A_{\Delta AEF} + A_{\Delta EMF} = A_{\Delta EFC} + A_{\Delta CFM} = 2 A_{\Delta CFM} + A_{\Delta CFM}^2$$

$$= 3 A_{\Delta CFM} > 2 \cdot \text{e.d.}$$

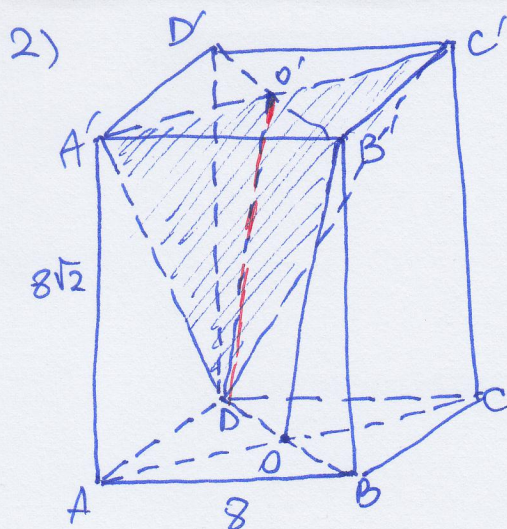
Obs. Cele două arii puteau fi calculate:

$$A_{\Delta CFM} = \frac{1}{4} \cdot A_{EBCF} = \frac{1}{4} \cdot 300 \cdot 400 = 3000 \text{ (m}^2\text{)} = A_{\Delta EMF}.$$

$$A_{\Delta AEF} = \frac{1}{2} A_{AEFD} = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 400 = 6000 \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$A_{AEMF} = A_{\Delta AEF} + A_{\Delta EMF} = 6000 + 3000 = 9000 \text{ (m}^2\text{)}$$

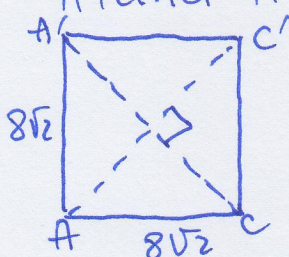
$$\Rightarrow A_{AEMF} = 3 \cdot A_{\Delta CFM}.$$



a) $A_{ABCD} = a^2 = AB^2 = 8^2 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$

b) $AC = A'C' = a\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ (cm)}$ - diagonalele bazelor.

Atunci $ACC'A'$ este un pătrat.

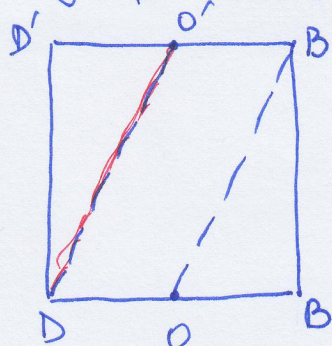


Diagonalele pătratului sunt perpendiculare, deci $AC' \perp A'C$.

c) O dreaptă exterioară unui plan este paralelă cu planul dacă este paralelă cu o dreaptă din plan.

La noi, pentru a demonstra că $OB' \parallel (A'C'D)$ vom demonstra că $OB' \parallel DO'$, $DO' \subset (A'C'D)$, unde am notat cu O' mijlocul diagonalei $[A'C']$ a pătratului $A'B'C'D'$.

Într-adevăr, $BB'D'D$ este un pătrat (cu latura $8\sqrt{2} \text{ cm}$)



O' este totodată și mijlocul lui $[B'D']$
 O este mijlocul lui $[BD]$, și avem:

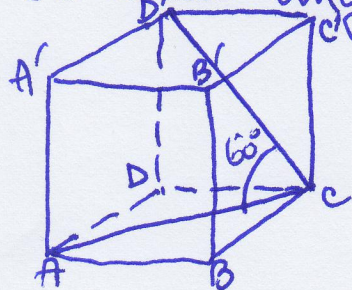
$$\left. \begin{array}{l} DO \parallel O'B' \text{ (pt. că } BD \parallel B'D') \\ DO = O'B' (= \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow DOB'O'$: paralelogram $\Rightarrow OB' \parallel DO'$.

Deci am demonstrat că $OB' \parallel DO'$
 $DO' \subset (A'C'D)$ $\Rightarrow OB' \parallel (A'C'D)$.
 g.e.d.

REVIN CU PROBLEMA 5 (SUBIECTUL I).

Se cerea unghiul dintre AC și $D'C$ (nu între AC' și $D'C$)



$m(\widehat{AC; D'C}) = m(\widehat{ACD'}) = 60^\circ$

pentru că $\triangle ACD'$: echilateral

$(AC = CD' = AD' = a\sqrt{2})$

↑
diagonale ale fețelor

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 2

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	36	5p
2.	12	5p
3.	8	5p
4.	10	5p
5.	60	5p
6.	35	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează piramida triunghiulară regulată Notează piramida triunghiulară regulată, cu vârful V și baza triunghiul ABC	4p 1p
2.	$x = \frac{\sqrt{2}}{5} \cdot \frac{3+2}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$ $y = \frac{3-2}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{1} = \frac{5}{3} \Rightarrow m_a = \frac{\frac{1}{3} + \frac{5}{3}}{2} = \frac{2}{2} = 1$	2p 3p
3.	$\frac{3}{7} \cdot x + 36 = x$, unde x este suma totală cheltuită de Irina în cele două zile $x = 63$ de lei	2p 3p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției f Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției f Trasarea graficului funcției f b) $A(2a, a)$ este situat pe graficul funcției f , deci $f(2a) = a$, de unde obținem $4a + 3 = a$ $a = -1$, deci coordonatele punctului sunt $x = -2$ și $y = -1$	2p 2p 1p 3p 2p
5.	$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+2-(x-2)-1}{(x-2)(x+2)} = \frac{3}{(x-2)(x+2)}$ $\frac{x^2-1}{x^2-4} - 1 = \frac{x^2-1-x^2+4}{(x-2)(x+2)} = \frac{3}{(x-2)(x+2)}$, deci $E(x) = \frac{3}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{3} = 1$, pentru orice x număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $P_{ABCD} = 2(AB + AD) =$ $= 2(600 + 400) = 2000$ m	3p 2p
	b) $BE \parallel CF$ și $BE = CF$, deci $BCFE$ este paralelogram Punctul M este mijlocul segmentului CE , deci M este punctul de intersecție a diagonalelor paralelogramului $BCFE$, de unde obținem că punctele B , M și F sunt coliniare	2p 3p

	c) $AECF$ este paralelogram, deci $\mathcal{A}_{\triangle AEF} = \mathcal{A}_{\triangle CFE}$	1p
	Punctul M este mijlocul segmentului CE , deci $\mathcal{A}_{\triangle EMF} = \mathcal{A}_{\triangle CFM} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{\triangle CFE}$	2p
	$\mathcal{A}_{AEMF} = \mathcal{A}_{\triangle AEF} + \mathcal{A}_{\triangle EMF} = 2\mathcal{A}_{\triangle CFM} + \mathcal{A}_{\triangle CFM}$, deci $\mathcal{A}_{AEMF} = 3\mathcal{A}_{\triangle CFM}$	2p
2.	a) $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	3p
	$= 8^2 = 64 \text{ cm}^2$	2p
	b) $AC = 8\sqrt{2} \text{ cm}$	2p
	$AC = AA'$ și $ACC'A'$ este dreptunghi, deci $ACC'A'$ este pătrat, de unde $A'C \perp AC'$	3p
	c) $B'O' = DO$ și $B'O' \parallel DO$ unde $\{O'\} = A'C' \cap B'D'$, deci $DOB'O'$ este paralelogram	3p
	$OB' \parallel DO'$ și $DO' \subset (A'C'D)$, deci $OB' \parallel (A'C'D)$	2p